

総合演習 27

別解

5回サイコロを振ることができる確率

偶数の目の出た回数 y ，奇数の目の出た回数を x とすると，

$x - y = -2$ ($x \geq 0$) のとき持ち点が 0 になるから，

これを xy 座標平面上に表すと， $y = x + 2$ ($x \geq 0$) を満たす格子点が持ち点 0 の点である。

とくに 5 回以内に持ち点が 0 になる点は $0 \leq x + y \leq 5$ より， $(0, 2)$ ， $(1, 3)$ となる。

よって，5 回以内に持ち点が 0 になる確率は，

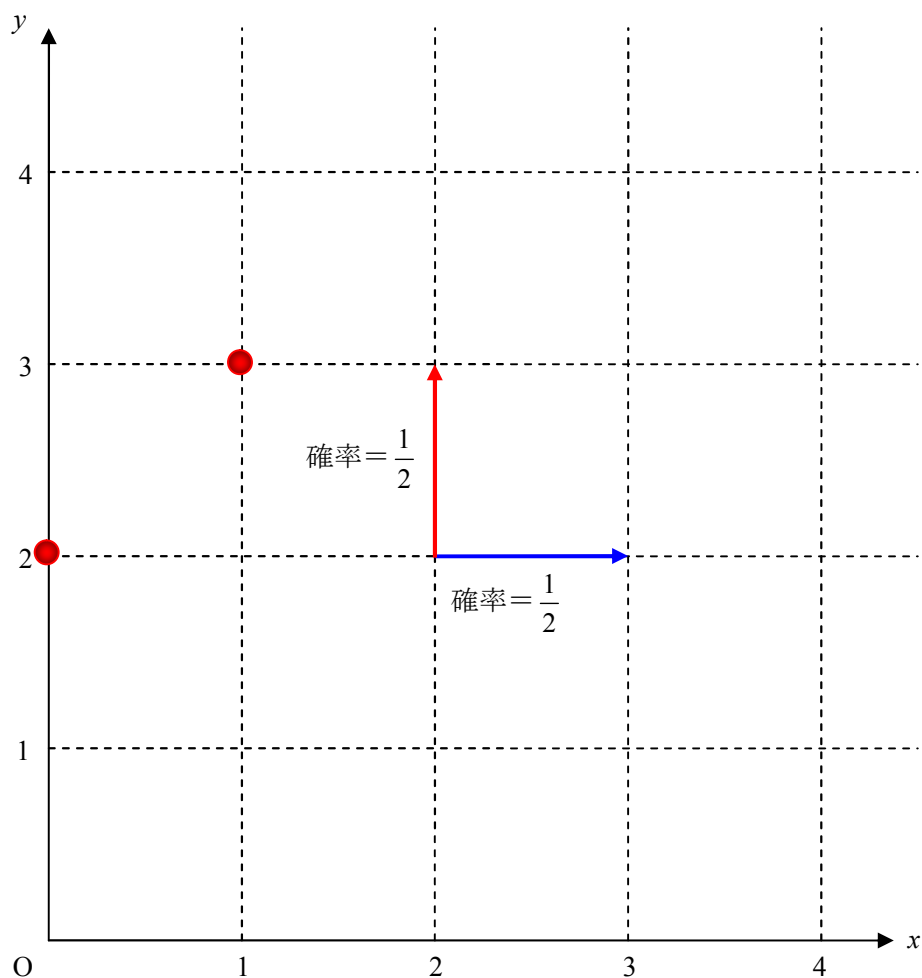
原点を出発し点 $(0, 2)$ に到達する確率と

原点を出発し点 $(0, 2)$ を通らず $(1, 3)$ に到達する確率の和となる。

これと，偶数が出る確率 = 奇数が出る確率 = $\frac{1}{2}$ であることから，

$$5 \text{ 回以内に持ち点が } 0 \text{ になる確率} = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{8}$$

よって，5 回サイコロを振ることができる確率は $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$



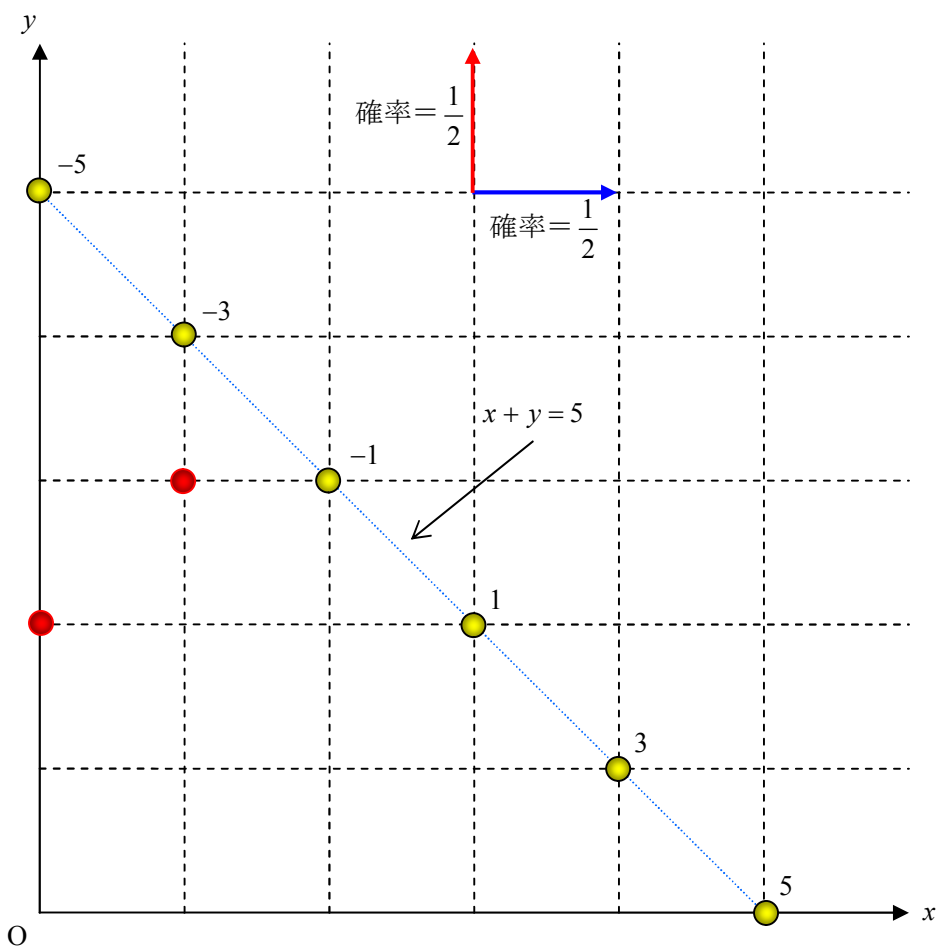
期待値

5 回振ったときの点は $x + y = 5$ と格子点の交点（下図黄色の点）であり、

偶数が出る確率 = 奇数が出る確率 = $\frac{1}{2}$ であることから、

黄色の点に到達する任意の 1 つの経路をとる確率は $\left(\frac{1}{2}\right)^5$ である。

黄色の点右上の数は持ち点 2 からの変化を示す。



点数の変化が -5 または -3 となる確率

持ち点 0 となる点（赤色の点）を経由しなければならないことと赤色の点に到達するとゲーム終了となることから、その確率は 0 である。

持ち点の変化が -1 ，すなわち持ち点が 1 となる確率

持ち点 0 となる点（赤色の点）を経由しない経路の数 = ${}_5C_2 - 5 = 5$ より、

$$5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{32}$$

持ち点の変化が 1, すなわち持ち点が 3 となる確率

持ち点 0 となる点 (赤色の点) を経由しない経路の数 = ${}_5C_2 - 1 = 9$ より,

$$9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{9}{32}$$

持ち点の変化が 3, すなわち持ち点が 5 となる確率

持ち点 0 となる点 (赤色の点) を経由しないから,

$$\text{経路の数} = {}_5C_1 = 5 \text{ より, } 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{5}{32}$$

持ち点の変化が 5, すなわち持ち点が 7 となる確率

持ち点 0 となる点 (赤色の点) を経由しないから,

$$\text{経路の数} = {}_5C_5 = 1 \text{ より, } 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$$

以上より,

持ち点の期待値は,

$$1 \times \frac{5}{32} + 3 \times \frac{9}{32} + 5 \times \frac{5}{32} + 7 \times \frac{1}{32} = \frac{64}{32} = 2$$